

Table des Matières de la *Longue Marche à travers la théorie de Galois*

Première Partie: §§ 1 à 37

Nous donnons ci-dessous la table des matières intégrale de l'ouvrage, compilée par l'auteur lui-même. La pagination est celle du manuscrit, composé de feuillets (recto + verso). La numérotation est celle des feuillets et les deux côtés manuscrits d'un feuillet correspondent en gros à une page du présent format; autrement dit, on pourra considérer que la numérotation correspond à des pages de ce format. Pour simplifier nous avons supprimé les "primes" qui indiquent dans l'original des versos de feuillets (79' = feuillet 79, verso). Enfin, les paragraphes dont les numéros apparaissent en caractères gras sont effectivement soulignés dans l'original.

1. Topos multigaloisiens	1
2. Application aux revêtements des topos	4
3. Variantes pro-multigaloisiennes	6
4. Compléments, remords	7
5. Introduction du contexte arithmétique; "conjecture anabélienne fondamentale"	7
6. Analyse locale de (X, S) en un $s \in S$	10
7. Reformulation "bordélique" de la conjecture	12
(le purgatoire nécessaire...)	
8. Réflexion taxonomique	25
(distinction des cas où le purgatoire s'aménage un peu...)	
9. Structure tangentielle en les $s \in S$	34
(sections d'extensions "de deuxième type")	
10. Ajustement des hypothèses (remords)	38
11. Conditions sur les systèmes de groupoïdes obtenus à partir de situations géométriques	39
12. L'analogie topologique	43
(où on se convainc aussi que le bordel groupoïdal peut s'exprimer complètement, dans les cas anabéliens, par les groupes extérieurs à lacets)	
13. Retour au cas arithmétique; formulation "galoisienne"	53
13 bis. Retour sur la notion de groupe à lacets	56
14. Digression cohomologique (sur le "bouchage de trous")	58
15. Retour sur le cas topologique: orbites critiques des scindages d'extensions; application aux sous-groupes finis de $\text{Autext}_{\text{lac}}(\pi)$ (cas discret; cf. aussi §18)	67

16. Bouchage et forage de trous: préliminaires topologiques généraux	79
17. Complément au §15; sous-groupes de groupes à lacets	89
18. Forage de trous; applications aux sous-groupes finis de $\text{Autext}_{\text{lac}}(\pi)$	91
(cas discret)	
19. Tour de Teichmüller	102
20. Digression: description 2-isotopique de la catégorie	116
des isomorphismes topologiques	
21. Les espaces de Teichmüller	126
Manque le §22 ! [notation en marge]	
23. Retour sur les surfaces à groupes (finis) d'opérateurs	133
("mise en équations" du problème)	
24. Essai de détermination de $\mathcal{A}^{0\Gamma}$; lien avec les relations $\pi_{g,(\nu,\nu+n-1)}^\Gamma = \{1\}$,	142
programme de travail	
25. Groupes de Teichmüller "spéciaux"	148
25 bis. "Cas des deux groupes" d'opérateurs; retour sur les notations	155
26. Groupes de Teichmüller profinis, discrétifications et prédiscrétifications;	167
lien avec le topos modulaire de Teichmüller, conjecture hâtive	
27. Changement de type (g, ν) : a) bouchage de trous	172
28. Changement de type (g, ν) : b) passage à un revêtement fini	177
(la conjecture hâtive grince...)	
29. Critique de l'approche précédente	186
(on rajuste les notions et les conjectures)	
30. Propriétés des $\mathcal{N}_{g,\nu}$, $\mathbb{I}_{g,\nu}$:	192
a) Propriétés liées aux sous-groupes finis de Teichmüller	
31. Digression sur les relèvements d'une action extérieure	198
d'un groupe fini G sur un groupe profini à lacets π	
32. Retour sur les aspects arithmétiques du bouchage de trous:	200
relations entre $\mathbb{I}_{g,\nu}$ et $\mathbb{I}_{g,\nu-1}$	
(où on reconstitue, sans le dire, <i>tout le topos étale</i> d'une courbe algébrique complète, à partir du π_1 d'un ouvert anabélien...)	
33. Digression topologique: anti-involutions des surfaces orientées compactes	221
(en laissant de côté d'abord le cas "à trous")	
33 bis. Relation entre les $\mathcal{N}_{g,\nu}$, $\mathbb{I}_{g,\nu}$ pour g variable	239
(étude des revêtements finis)	
34. Description heuristique profinie de la catégorie des courbes algébriques	245
définies sur des sous-extensions finies K de $\overline{\mathbb{Q}}_0/\mathbb{Q}$	
35. L'injectivité de $\mathbb{I}_{\mathbb{Q}} \rightarrow \text{Autext}_{\text{lac}}(\hat{\pi}_{0,3})$	249
36. L'isomorphisme $\mathbb{I}_{\mathbb{Q}} \simeq \mathbb{I}_{1,1}$,	257

et l'injectivité de $\mathbb{F}_{\mathbb{Q}} \rightarrow \text{Autext}_{\text{Iac}}(\widehat{\mathfrak{X}}_{1,1}^+) = \text{Autext}_{\text{Iac}}(SL(2, \mathbb{Z})\widehat{})$

37. Modules des courbes elliptiques via Legendre, ou $M_{1,1}[2]' \simeq \mathcal{U}_{0,3} = M_{0,4}^!$. . . 272

Deuxième Partie: §§ 38 à 53

Variations sur l'équation des lacets

Dans cette deuxième partie, d'un caractère encore plus "exploratoire" peut-être que la première, certains paragraphes ont été subdivisés d'abord en chiffres romains, puis de nouveau en chiffres arabes. Nous omettons ci-dessous cette subdivision de deuxième niveau pour les paragraphes 46(II), 48(XI), 49(V) et 49(VI), les titres correspondants étant intelligibles sans une bonne connaissance des notations utilisées. Pour la même raisons, certains intitulés particulièrement peu transparents (du fait de l'emploi de notations explicitées dans le texte) ont été légèrement abrégés.

38. Détermination de $\pi'_{0,3} \xrightarrow{\sim} \mathfrak{S}_{0,3}^+$	291
39. Propriétés de congruence de l'opération de $\mathbb{I}\mathbb{I}_{\mathbb{Q}}$ sur $\hat{\pi}_{0,3}$, liées à l'homomorphisme $\mathcal{N}_{1,1} \rightarrow \mathrm{GL}(2, \hat{\mathbb{Z}})$	299
40. Paraphrase topologico-isotopique de la théorie de Legendre	307
41. Conditions de commutation de $\hat{\pi}'_{0,3} \xrightarrow{\sim} \hat{\mathfrak{S}}_{0,3}^+$ aux opérations extérieures de $\mathbb{I}\mathbb{I}_{\mathbb{Q}}$; calcul des automorphismes extérieurs dans $\hat{\pi}_{0,3}$ et dans $\hat{\mathfrak{S}}_{0,3}^+$	315
42. Récapitulation sur le groupe $\mathfrak{S}_{0,3} \simeq \dots$ et sur les automorphismes à lacets de $\hat{\mathfrak{S}}_{0,3}^+$ et de $\hat{\pi}_{0,3}$:	331
I. $\mathfrak{T}_{0,3}$	331
II. $\pi_{0,3}$ et $\mathfrak{S}_{0,3}$	332
III. Relations avec $\pi'_{0,3}$	334
IV. Relations avec $\mathrm{SL}(2, \mathbb{Z})'$	335
V. Les avatars de $\mathfrak{S}_{0,3}$	336
VI. Automorphismes à lacets de $\hat{\pi}_{0,3}$ et $\hat{\mathfrak{S}}_{0,3}^+$	337
VII. Calculs dans $\mathrm{SL}(2, \hat{\mathbb{Z}})'$: cocycles sous ρ	342
VIII. Calculs dans $\mathrm{SL}(2, \hat{\mathbb{Z}})'$: cocycles sous σ_{∞}	346

[remarque en marge] NB. Les calculs des sections VI, VII, VIII en partie remplacés par ceux du paragraphe §46, avec des notations plus souples...

43. Digression sur les 1-cocycles des groupes cycliques	350
44. Retour sur les notations. Mise en équations dans $\mathrm{SL}(2, \hat{\mathbb{Z}})$	356
45. L'homomorphisme $\tilde{\mathcal{M}}_{0,3} \rightarrow \mathrm{GL}(2, \hat{\mathbb{Z}})'$, et construction de l'extension $\tilde{\mathcal{N}}_{1,1}$ de $\tilde{\mathbb{I}\mathbb{I}}$ par $\mathrm{SL}(2, \mathbb{Z})^{\wedge}$	384
46. Notations définitives (?) - récapitulation des calculs pour les automorphismes à lacets de $\hat{\pi}_{0,3}$ et de $\hat{\mathfrak{S}}_{0,3}^+$	390

I. Les groupes $\tilde{\mathcal{M}}_{0,3}$ et $\tilde{\mathcal{N}}_{0,3}^!$	390
II. Calcul des éléments de $\tilde{\mathcal{N}}_{0,3}^!$	392
III. Calculs dans $\mathrm{GL}(2, \hat{\mathbb{Z}})'$ et dans $\mathrm{GL}(2, \hat{\mathbb{Z}})$	396
IV. Les trois cas fondamentaux et les relèvements $K_{1/2}, K_2, K_{-1}$; les sous-groupes $\tilde{\mathcal{M}}_{0,3}^!(q)$, $q \in \{-\bar{j}, -j, 2, -1, 1/2\}$	402
V. Récapitulation en termes de $\tilde{\mathcal{M}}_{0,3}^![0]$; les sous-groupes $\tilde{\mathcal{M}}_{0,3}^!(q)$, $q \in \{0, 1, \infty\}$	407
VI. Retour sur l'introduction de α et β en termes de ξ, η	414
47. Retour sur l'homomorphisme $\hat{\pi}_{0,3} \xrightarrow{\hat{\phi}} \hat{\mathfrak{S}}_{0,3}^+$, les groupes $\tilde{\mathcal{M}}_{0,3}, \tilde{\mathcal{N}}_{0,3}, \tilde{\mathcal{M}}_{0,3}^!(0)$	415
48. Construction d'un schéma en groupes	428
I. Etude du morphisme $\alpha \mapsto \alpha\rho(\alpha^{-1}) = [\alpha, \rho]$	428
II. L'équation $\zeta = \eta\epsilon_1(\mu - 1)$ et le groupe $B'_0 \simeq B_{\rho,\sigma}$	434
III. L'équation $\alpha\rho(\alpha^{-1}) = \beta_c\sigma(\beta)^{-1}\epsilon_1(\mu - 1)$ et le groupe $\mathcal{G}_{\rho,\sigma}$	443
IV. Un épinglage canonique associé à ρ, σ	446
V. L'équation $\alpha\rho(\alpha^{-1}) = \epsilon(\beta\sigma\beta^{-1})\epsilon_1(\mu - 1)$; le groupe $\mathcal{G}_{\rho,\sigma}^*$	454
VI. Caractérisation du triplet (ϵ, σ, ρ) modulaire	462
VII. Récapitulation sur les épinglages	476
VIII. Récapitulation sur l'équation; le groupe $S\mathcal{G}_{\rho,\sigma}^*$ et ses variantes	485
IX. Les groupes $\mathcal{M}_{\rho,\sigma}$ et $S\mathcal{M}_{\rho,\sigma}$	490
X. Structure de $\mathcal{M}_{\rho,\sigma}$	499
XI. Récapitulation sur $\mathcal{M}_{\rho,\sigma}$	508
XII. Rétrospective	542
49. Les groupes $\mathcal{M}_{\rho,\sigma}$ généraux	550
I. Préliminaires heuristiques	550
II. Les groupes $\mathcal{M}_{\rho,\sigma}$ etc. "sans signes"; nouvelles variations sur l'équation des lacets	553
III. Passages de $\tilde{\mathcal{M}}_{0,3}$ à $\tilde{\mathcal{N}}_{1,1}$ et de $\mathrm{GL}(2, \mathbb{Z}) \frown \{\pm 1\}$ à $\mathrm{GL}(2, \mathbb{Z})^\wedge$	555
IV. Où on se bat avec "les signes" ϵ_2, ϵ_3 dans la relation des lacets; calculs - brouillons...	568
V. Les groupes $\mathcal{M}_{\rho,\sigma}$ généraux (contexte <i>profini</i>)	577
VI. Les groupes $\mathcal{M}_{\rho,\sigma}$ généraux: récapitulation et raffinement de la construction précédente	628
50. Enveloppes schématiques de groupes discrets: cas métabélien	650
1) Sections unipotentes	650
2) Essai de caractérisation des sections quasi-unipotentes	652
3) Schéma en groupes associé à certaines extensions de groupes discrets (noyau abélien)	655
4) Enveloppes schématiques des groupes métabéliens	658

5)	Caractérisation universelle de l'enveloppe schématique	662
51.	Exemple: la tour de Fermat	664
1)	Les groupes $\mathfrak{S} = \mathrm{SL}(2, \mathbb{Z})$, $[\pi_0, \pi_0]$, et $\underline{\mathfrak{S}}$	664
2)	$\tilde{\mathcal{Z}}_{\rho, \sigma}$: version provisoire	665
3)	Les groupes \mathbb{O}_N^* et variantes	673
4)	La suite $1 \rightarrow \underline{\mathcal{N}}_{\rho, \sigma}^{0+} \rightarrow \underline{\mathcal{N}}_{\rho, \sigma} \rightarrow \mathbb{O}_{12}^* \rightarrow 1$	677
	et relation avec $\mathrm{GL}(2, \mathbb{Z}/12\mathbb{Z})$	
5)	$\underline{\mathcal{M}}_{\rho, \sigma}$, $\underline{\mathcal{M}}_{\rho, \sigma}^{\natural}$ via $\underline{\mathcal{N}}_{\rho, \sigma}$	682
6)	[Deux suites exactes]	684
7)	$\underline{\mathcal{N}}_{\rho}$, $\underline{\mathcal{N}}_{\rho}^{\natural}$, etc.	686
8)	$\underline{\mathcal{N}}_{\sigma}$, $\underline{\mathcal{N}}_{\sigma}^{\natural}$, etc.	686
9)	Retour sur $\underline{\mathcal{M}}_{\rho, \sigma}$, $\underline{\mathcal{M}}_{\rho, \sigma}^{\natural}$ etc.	690
10)	$\underline{\mathcal{M}}_{\rho, \sigma}(0)$, $\underline{\mathcal{M}}_{\rho, \sigma}(\frac{1}{2})$, $\underline{\mathcal{M}}_{\rho, \sigma}(-\bar{j})$ etc.	691
11)	L'homomorphisme $\mathcal{M} \rightarrow \underline{\mathcal{M}}_{\rho, \sigma} = \underline{\mathcal{M}}_{\rho, \sigma}(\hat{\mathbb{Z}})$,	695
	et relation avec la tour des courbes de Fermat: position du problème	
12)	Scindage de l'extension $\mathcal{G}_{\rho, \sigma}/\mu_G$ de $\hat{\mathbb{Z}}^* \times \mathfrak{S}_3$ par \hat{M}	700
13)	[?]?tivation de la tour de Fermat,	707
	et relation de compatibilité avec $\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{G}_{\rho, \sigma}$	
14)	Relation avec les Jacobiennes généralisées	720
15)	Interprétation de $\mathbb{I}_{\mathbb{Q}} \rightarrow \underline{\mathcal{N}}_{\sigma}^{\natural} \simeq \hat{\mathbb{Z}}^* \cdot \hat{\mathbb{Z}}$,	725
	et digression sur les extensions kummeriennes	
16)	Réflexions sur le théorème de Fermat	733
52.	Approximations de Lie des systèmes de Galois-Teichmüller	737
1)	Notion de L et TL -groupe: cas discret	737
2)	Cas profini	744
3)	Approximation de Lie des systèmes de Galois-Teichmüller	748
4)	Approximation de Lie induite par une approximation de Lie "géométrique"	758
53.	Le groupe de Teichmüller spécial $ST_{1,1} \simeq \mathrm{GL}(2, \mathbb{Z})^{\sim}$ et le groupe $SN_{1,1}$	760
1)	Action différentielle et groupe de Teichmüller spécial (énoncé provisoire)	760
2)	Les groupes $\mathrm{GL}(2, \mathbb{R})^{\pm 1 \sim}$, $\mathrm{SL}(2, \mathbb{R})^{\sim}$	761
3)	Le groupe $\mathrm{GL}(2, \mathbb{Z})^{\sim}$	763
4)	L'isomorphisme $\mathrm{GL}(2, \mathbb{Z})^{\sim} \simeq ST_{1,1}$	766
5)	Digression sur les revêtements des germes d'espaces,	768
	et relations entre germes topologiques et germes différentiables des surfaces	
	